



Puurakenteiden S-muodon nurjahduksen ja kiepahduksen mitoitusohjeet

Tilaaaja: Finnish Wood Research Oy

Tilaaaja	Finnish Wood Research Oy Unioninkatu 14 00130 Helsinki
Tilaus	15.9.2014 Topi Helle
Yhteyshenkilö	VTT Expert Services Oy Ari Kevarinmäki PL 1001, 02044 VTT Puh. 020 722 5566, Fax. 0209 722 7003 Sähköposti ari.kevarinmaki@vtt.fi

Tehtävä **Puurakenteiden S-muodon nurjahduksen ja kiepahduksen mitoitusohjeet**

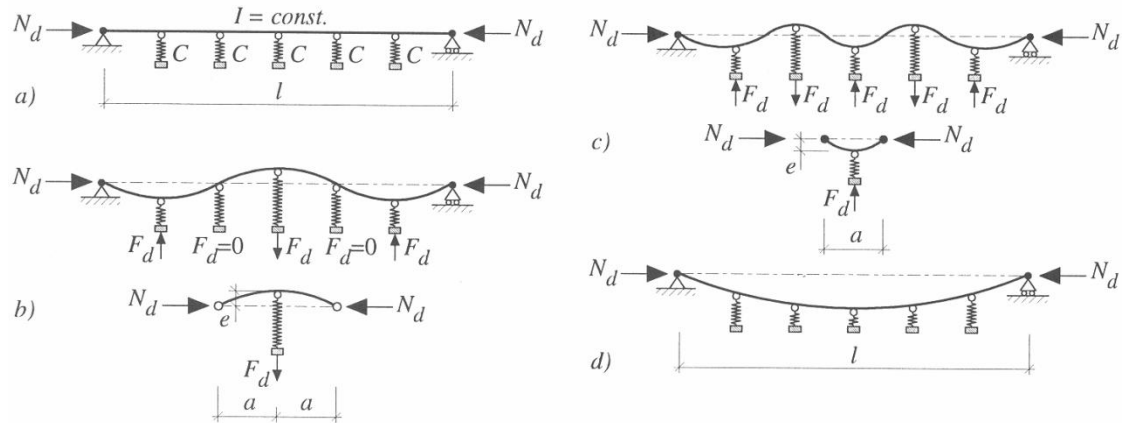
Tilaaaja pyytää VTT Expert Services Oy:n (VTT) lausuntoa Eurokoodi 5 suunnittelu-standardin /1/ kiepahdus- ja nurjahdusmitoitustuloitusohjeiden soveltamisesta järeiden poikkileikkausten usean aallon nurjahdusmuodon (S-nurjahdus) tarkasteluun tapauksissa, joissa palkki tai pilari on tuettu poikittaissuunnassa tasavälein koko matkaltaan.

Tausta Eurokoodi 5:ssä /1/ on annettu erikseen yksittäisen nurjahdus-/kiepahdustuen stabiiloiva voima (F_d) ja vierekkäisten tukien kokonaisvoima (q_dL). Molemmat on tarkistettava mitoituksessa. Suomen rakentamismääräyskokoelman puurakenteiden suunnitteluohjeissa /2/ ei ollut vastaavia mitoituskriteerejä.

Eurokoodi 5:ttä vastaavat stabiiloivien voimien mitoitusperiaatteet ovat olleet käytössä keskieuropalaisissa suunnitteluohjeissa /3/, /4/ ja /5/. Käytetyissä tukivoiman las kentakaavoissa on kuitenkin ollut eroja, mm. Saksan /3/ ja Itävallan normeissa /4/ stabiiloivaa voimaa F_d :tä on saanut pienentää kertoimella $(1-k_c)$, jossa k_c on tukemattoman sauvan nurjahduskerroin. Sveitsin normeissa /5/ on korostettu, että yksittäinen tuki voima voi vaikuttaa molempiin suuntiin: esimerkiksi liimapuun yksittäisen tuen voima on esitetty muodossa $F_d = \pm N_d/90$.

Eurooppalaisissa puurakenteiden käsikirjoissa ja oppikirjoissa on yleensä vain mainittu stabiointituentavoimien monimutkainen johtaminen viittaamalla esimerkiksi Timoshenkon kimmoisen nurjahduksen perusteokseen /6/ korostaen että lähtökohtaisesti aina tarkastettavat normin stabiointivoimien mitoitus ehdot on sidottu kriittisimpiin mahdollisiin nurjahdusmuotoihin. Eurokoodi 5:ssä esitetty yksittäisen tuen jäykkyysvaatimus ja stabiointivoima perustuvat oletukseen, että lyhyimmän nurjahdusaallon pituus vastaa aina kuvan 1 mukaisesti tuentaväliä a tai $2a$ /7/.

Suomessa nurjahdus- ja kiepahdustuennan stabiointivoimia ei ole juuri huomioitu rakennesuunnittelun opetuksessa ennen eurokoodien käyttöönottoa. Eurokoodi 5:n poikittaistuentavoimat ovatkin aiheuttaneet kysymyksiä siitä miten yksittäisten tukien stabiointivoimien summa on aivan eri luokkaa kuin erikseen annettu kokonaisvoima ja minne nämä yksittäiset tuentavoimat häviävät. Ilmiötä on pyritty selittämään eurokoodien käyttöönottoa tukevassa oheistuksessa, kuten RIL 248-2013 NR-kattorakenteen jäykistyksen suunnitteluohjeessa /8/. Teoreettinen tausta on avattu pidemmälle RIL 244-2007 Puurakenteiden jäykistyksen ja halkeilun hallinta -ohjeessa /9/. RIL 244 ohjeessa ei ole kuitenkaan esitetty konkreettisia Eurokoodi 5:ttä täydentäviä sovellusohjeita moniaaltoisen kiepahduksen tai nurjahduksen tarkempaan käsitteilyyn.



Kuva 1. Eurokoodi 5 mitoituskaavojen kattamat nurjahdus-/kiepahdusmuodot /7/ .

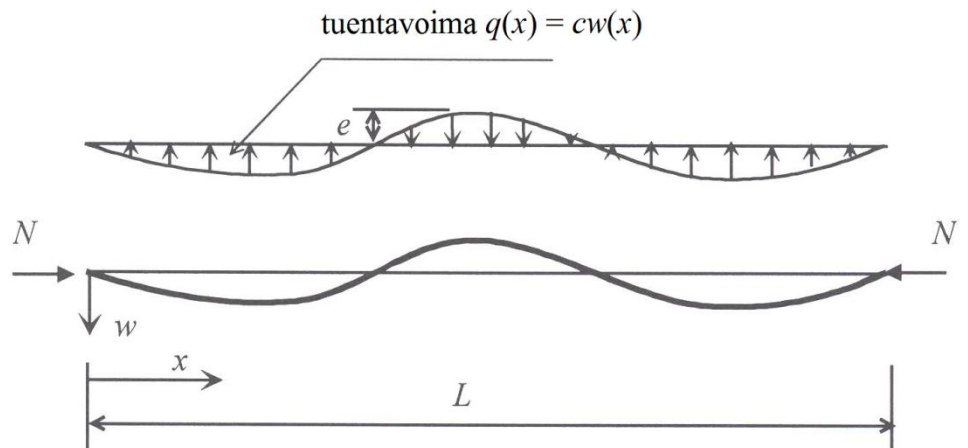
Kriittinen S-nurjahdusmuoto

Eurokoodi 5:n yksinkertaistetuissa nurjahdustuennan jäykkyys- ja kestävyysvaatimusten mitoitusohjeissa ei oteta huomioon sauvan nurjahdussuunnan taivutusjäykkyyden vaikutusta lyhyimpään mahdolliseen nurjahdusaallon pituuteen. On selvää, että tuentaväliin nähden jäykällä pilarilla tai palkilla kriittisen S-nurjahdusmuodon aallonpituus voi olla kuvan 1 b) -tapausta suurempi. Tällöin kutakin nurjahdusaaltoa stabiloiva voima jakaantuu useammalle kuin yhdelle tuelle. Tiheästi tuetun sauvan kriittinen aallonpituus voidaan ratkaista tarkastelemalla sauvaä jatkuvasti tuettuna.

RIL 244-2007 ohjeessa /9/ on johdettu kuvan 2 mukaisesti jatkuvasti tuetun sauvan stabilointivoiman kaavat lähtien sauvan differentiaaliyhtälöstä:

$$M'' = N(w'' + w_0'') + cw = -EIw^{(IV)} \quad (1)$$

- missä N on sauvan puristusvoima
 w on taipuma puristusvoimasta N
 w_0 on oletettu puristussauvan alkutaipuma
 c on tuentaliitoksen siirtymäjäykkyys pituusyksikköä kohden (N/mm^2)
 EI on puristetun sauvan taivutusjäykkyys nurjahdussuunnassa



Kuva 2. Jatkuvasti tuetun sauvan tarkastelussa käytetyt merkinnät.

Kun taipumaviiva oletetaan sinimuotoiseksi, lausekkeesta (1) saadaan sauvan keskikohdalla vaikuttavaksi tuentavoimaksi sauvan pituusyksikköä kohden

$$q\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{\left(\frac{N}{EI}\right)\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 ce^2}{\left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 - \left(\frac{N}{EI}\right)\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 + \frac{c}{EI}} \quad (2)$$

missä m on nurjahdusaaltojen lukumäärä
 e on yhden aallon suurin alkuepäkeskeisyys.

Lausekkeen (2) ääriarvo saadaan, kun se derivoidaan aaltojen lukumäärän suhteen. Derivointi antaa tulokseksi

$$m = \frac{L}{\pi} \sqrt[4]{\frac{c}{EI}} \quad (3)$$

Kaavan (3) mukainen nurjahdusaaltojen lukumäärä vastaa siis pienintä mahdollista jatkuvasti tuetun sauvan nurjahdusaallon pituutta:

$$l_{\min} = \frac{L}{m} = \frac{\pi}{\sqrt[4]{\frac{c}{EI}}} \quad (4)$$

Vastaava suurin tuentakuorma sauvan pituusyksikköä kohden saadaan sijoittamalla lausekkeen (3) mukainen nurjahdusaaltojen lukumäärä kaavaan (2), minkä tulos on

$$q_{\max} = \frac{Nce}{2\sqrt{cEI} - N} \quad (5)$$

Ratkaisusta havaitaan, että nurjahdusaalto on sitä lyhyempi mitä jäykempi tuenta on, mutta toisaalta tuentaan kohdistuu tällöin suhteessa pienempi kuormitus.

Mikäli laskennallinen kriittinen aallonpituus $l_{\min} > L/2$, S-muodon kiepahdusta/nurjahdusta ei tapahdu, vaan nurjahtava rakenne taipuu koko matkallaan samalle puolelle keskilinjaltaan. Huomattakoon myös, että tuentaa ei pidä tarkastella jatkuvana, jos kaavan (4) mukainen laskennallinen kriittisen nurjahdusaallon pituus on pienempi kuin kaksinkertainen tuentaväli $2a$.

Esitetyillä lausekkeilla voidaan siis ratkaista Eurokoodi 5 ohjetta tarkemmin tuennan stabiloiva voima. Teoreettinen ratkaisu ei kuitenkaan täytä yksiselitteisesti Eurokoodi 5:ssä asetettua yksittäisen tuen jäykkyys- ja kapasiteettivaatimusta, mikä voi antaa aiheita mitoituksen kelpoisuuden kyseenalaistamiseen. Jos lähtökohdaksi otetaan se, että yksittäisen tuen jäykkyyden on kuitenkin oltava vähintään Eurokoodi 5 vaatimuksen mukainen, tarkennettu mitoitus voidaan yksinkertaistaa helpommin ymmärrettävään ja hyväksyttävään muotoon:

1. S-kiepahduksen/nurjahduksen kriittinen nurjahdusaallon pituus lasketaan kaavan (4) mukaan Eurokoodi 5:n vaatimalla yksittäisen tuen vähimmäisjäykkyydellä C ($c = C/a$).

2. Tukivoima lasketaan jakamalla Eurokoodi 5:n mukainen yksittäisen tuen tukivoima tasan kriittisen nurjahdusaallon pituudella oleville tuille.

Mitoitusohje

Edellä esitetyn selvityksen mukainen Eurokoodi 5:n kohtaa 9.2.5.2 täydentävä nurjahdus- ja kiepahdustuentamitoituksen sovellusohje voidaan esittää seuraavassa muodossa:

Tasavälein vähintään neljästä pisteestä tuetun sauvan jokaisen tuen kohdalla vaikuttavaa, EN 1995-1-1 kaavan (9.35) mukaan laskettavaa, stabiloitavaa voimaa F_d voidaan pienentää kertoimella

$$k_{S,red} = \frac{a}{\ell_S - a}$$

missä a on tuentaväli ja
 ℓ_S on moniaaltoisen nurjahdus- tai kiepahdusmuodon kriittinen aallonpituus, joka lasketaan kaavalla:

$$\ell_S = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{\sqrt{\frac{C}{a \cdot E_{0,05} I_z}}} \\ 2a \end{array} \right.$$

missä C on EN 1995-1-1 kaavan (9.34) mukaan laskettava tuelta vaadittava jousijäykkyys,
 $E_{0,05}$ on tuettavan sauvan kimmomoduulin ominaisarvo ja
 I_z on tuettavan sauvan heikomman suunnan jäyhyysmomentti.

Mikäli kriittinen aallonpituus ℓ_S on suurempi kuin puolet jäykistysjärjestelmän kokonaisjännevälistä l ($\ell_S > 0,5 l$), moniaaltoista nurjahdusta tai kiepahdusta ei pääse tapahtumaa ja yksittäisten tukien stabiloivat voimat F_d voidaan laskea yhtä nurjahdusaaltoa vastaavasta tuentavoimasta:

$$F_d = q_d a$$

missä q_d on EN 1995-1-1 kaavan (9.37) mukaan laskettava yhden kannattimen ($n = 1$) jäykistyskuorma.

Tämä lausunto on voimassa toistaiseksi, kuitenkin enintään 30.11.2019 asti.

Espoo, 14.11.2014

Markku Hentinen
 Liiketoimintapäällikkö

Ari Kevarinmäki
 Johtava asiantuntija

Viitteet	/1/ SFS-EN 1995-1-1:2004+A1:2008+A2:2014, Eurokoodi 5. Puurakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. Suomen Standardisoimisliitto SFS.	
	/2/ Suomen Rakentamismääräyskokoelma. Osa B10, Puurakenteet – ohjeet 2001. Ympäristöministeriö.	
	/3/ DIN 1052:2004. Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken – Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau. Deutsches Institut für Normung e.V.	
	/4/ ÖNORM B 4100-2 (2003). Holzbau – Holztragwerke – Teil 2: Berechnung und Ausführung. Austrian Standards plus GmbH.	
	/5/ SIA 265 (2003) Holzbau. Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein SIA.	
	/6/ Timoshenko, S. & Gere, J.M. (1961). Theory of Elastic Stability. McGraw-Hill Book Co. Inc. New York. NY., 2nd Edition.	
	/7/ STEP 1 – Timber Engineering (1995). Basis of design, material properties, structural components and joints. Centrum Hout, The Netherlands.	
	/8/ RIL 248-2013, NR-kattorakenteen jäykistyksen suunnittelu ja toteuttaminen. Suomen Rakennusinsinöörin Liitto RIL ry.	
	/9/ RIL 244-2007, Puurakenteiden jäykistyksen ja halkeilun hallinta – Suunnittelu- ja valmistusohjeet. Suomen Rakennusinsinöörin Liitto RIL ry.	
Jakelu	Tilaaaja / Henri Salonen, MetsäWood VTT Expert Services Oy/Arkisto	alkuperäinen alkuperäinen