

# Esimerkkilaskelma

---

## Liimapuupilari (nivelpäinen pilari)

Liittyy Puuinfo Oy:n julkaisemaan mitoitusohjelmaan

13.9.2018

## 1.0 Lähtötiedot

Pilarin pituus:  $L=6000$  mm

Pilarin poikkileikkaus:  $(b=90$  mm)  $\times$   $(h=360$  mm)

Tukijako Y-suunnassa:  $a=1500$  mm

Lujuusluokka: GL30c

Käyttöluokka: 1

Vaakakuormitus tulee pilarille: puristetulta reunalta

## 2.0 Rasitukset

**Kuormitustapaus 1:** omapaino 100 % + tuulikuorma 100 % + lumikuorma 70 %

Aikaluokka: hetkellinen

Pilarin omapaino:  $g_{d,pilari} = 1,15 \cdot 0,97 = 1,12$  kN

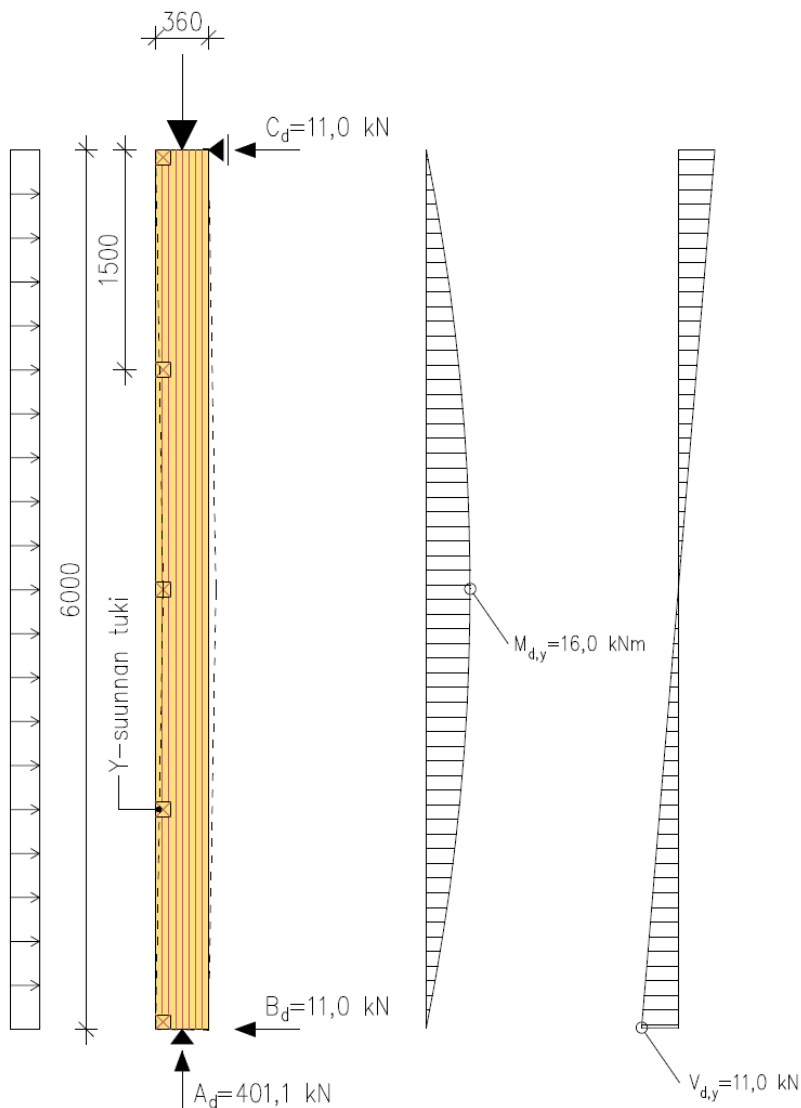
Normaalivoima:  $N_{d,x} = 400,0 + 1,12 = 401,1$  kN

Taivutusmomentti Z-suunnassa:  $M_{d,y} = 16,0$  kNm

Leikkausvoima Z-suunnassa:  $V_{d,y} = 11,0$  kN

Taivutusmomentti Y-suunnassa: ei taivutusmomenttia

Leikkausvoima Y-suunnassa: ei leikkausvoimaa



### 3.0 Materiaaliominaisuudet

$$\gamma_M = 1,25$$

$$k_{mod} = 1,10$$

$$k_n = 1,05$$

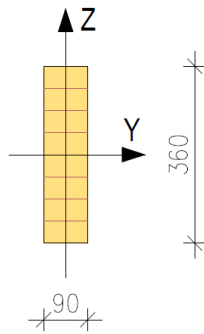
$$f_{c,0,k} = 24,50 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,k} = 30,00 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 3,50 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 13000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 10800 \text{ N/mm}^2$$



### 4.0 Poikkileikkausvakiot

#### Kuormitustapaus 1

$$b = 90 \text{ mm}$$

$$h = 360 \text{ mm}$$

$$A = b \cdot h = 90 \cdot 360 = 32400 \text{ mm}^2$$

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{90 \cdot 360^2}{6} = 1944000 \text{ mm}^3$$

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{90 \cdot 360^3}{12} = 349920000 \text{ mm}^4$$

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{360 \cdot 90^3}{12} = 21870000 \text{ mm}^4$$

## 5.0 Nurjahduskestävyys Z-suunnassa

### Kuormitustapaus 1

$$N_{d,x} = 401,1 \text{ kN}$$

$$M_{d,y} = 16,0 \text{ kNm}$$

$$L = 6000 \text{ mm}$$

$$L_{c,z} = 1,0 \cdot L = 1,0 \cdot 6000 = 6000 \text{ mm}$$

$$I_y = 349920000 \text{ mm}^4$$

$$A = 32400 \text{ mm}^2$$

$$W_y = 1944000 \text{ mm}^3$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{349920000}{32400}} = 103,92 \text{ mm}$$

$$\lambda_y = \frac{L_{c,z}}{i_y} = \frac{6000}{103,92} = 57,74$$

$$f_{c,0,k} = 24,50 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 10800 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{57,74}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{24,50}{10800}} = 0,875$$

$$\beta_c = 0,10$$

$$k_y = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2) = 0,5 \cdot (1 + 0,10 \cdot (0,875 - 0,3) + 0,875^2) = 0,91$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{0,91 + \sqrt{0,91^2 - 0,875^2}} = 0,86 \leq 1$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{d,x}}{A} = \frac{401100}{32400} = 12,38 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{d,y}}{W_y} = \frac{16 \cdot 10^6}{1944000} = 8,23 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = 0,00 \text{ N/mm}^2$$

$$k_m = 0,70$$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 24,50 = 21,56 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot k_h \cdot f_{m,y,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 1,05 \cdot 30,00 = 27,72 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,z,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,z,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 30,00 = 26,40 \text{ N/mm}^2$$

$$EHTO: \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \Rightarrow \frac{12,38}{0,86 \cdot 21,56} + \frac{8,23}{27,72} + 0,7 \cdot \frac{0,00}{26,40} = 0,96 \leq 1 \quad (96 \% \text{ OK kestä})$$

$$EHTO: \left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \Rightarrow \left( \frac{12,38}{21,56} \right)^2 + \frac{8,23}{27,72} + 0,7 \cdot \frac{0,00}{26,40} = 0,63 \leq 1 \quad (63 \% \text{ OK kestä})$$

## 6.0 Kiepahduskestävyys Z-suunnan taivutuksessa

### Kuormitustapaus 1

Tasainen kuorma puristetulla reunalla

$$c = 0,70$$

$$a = 1500 \text{ mm}$$

$$L_{ef,y} = a + 2 \cdot h = 1500 + 2 \cdot 360 = 2220 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b^2}{h \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 90^2}{360 \cdot 2220} \cdot 10800 = 76,62 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{k_n \cdot f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{1,05 \cdot 30,00}{76,62}} = 0,64$$

$$\lambda_{rel,m} \leq 0,75 \Rightarrow k_{crit} = 1,00$$

Pilari ei ole kiepahdusaltis kyseisellä Y-suunnan tuennalla.

## 7.0 Leikkauskestävyys Z-suunnan taivutuksessa

### Kuormitustapaus 1

$$k_{cr} = 1,0$$

$$V_{d,y} = 11,0 \text{ kN}$$

$$A = 32400 \text{ mm}^2$$

$$\tau_d = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{d,y}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{11 \cdot 10^3}{32400} = 0,51$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{1,10}{1,25} \cdot 3,50 = 3,08 \text{ N/mm}^2$$

$$EHTO: \tau_d \leq f_{v,d} \Rightarrow 0,51 \text{ N/mm}^2 \leq 3,08 \text{ N/mm}^2 \quad (17 \% \text{ OK kestä})$$

## 8.0 Nurjahduskestävyys Y-suunnassa

### Kuormitustapaus 1

$$N_{d,x} = 401,1 \text{ kNm}$$

$$a = 1500 \text{ mm}$$

$$L_{c,y} = 1,0 \cdot a = 1,0 \cdot 1500 = 1500 \text{ mm}$$

$$I_z = 21870000 \text{ mm}^4$$

$$A = 32400 \text{ mm}^2$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{21870000}{32400}} = 25,98 \text{ mm}$$

$$\lambda_z = \frac{L_{c,y}}{i_z} = \frac{1500}{25,98} = 57,74$$

$$f_{c,0,k} = 24,50 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 10800 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{57,74}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{24,50}{10800}} = 0,875$$

$$\beta_c = 0,10$$

$$k_z = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2) = 0,5 \cdot (1 + 0,10 \cdot (0,875 - 0,3) + 0,875^2) = 0,91$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{0,91 + \sqrt{0,91^2 - 0,875^2}} = 0,86 \leq 1$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{d,x}}{A} = \frac{401100}{32400} = 12,38 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = 0,00 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{d,y}}{W_y} = \frac{16 \cdot 10^6}{1944000} = 8,23 \text{ N/mm}^2$$

$$k_m = 0,70$$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 24,50 = 21,56 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot k_h \cdot f_{m,y,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 1,05 \cdot 30,00 = 27,72 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,z,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,z,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 30,00 = 26,40 \text{ N/mm}^2$$

$$EHTO: \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \Rightarrow \frac{12,38}{0,86 \cdot 21,56} + 0,7 \cdot \frac{8,23}{26,40} + \frac{0,00}{26,40} \leq 0,89 \quad (89 \% \text{ OK kestä})$$

## 9.0 Y-suunnan stabiloivan tuen voima ja jousijäykkyys (1. muoto)

### Kuormitustapaus 1

$$M_{d,y} = 16,0 \text{ kNm}$$

$$L = 6000 \text{ mm}$$

Tasainen kuorma puristetulla reunalla (sivuttaistuettu vain pilarin päistä)

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = L \cdot 0,9 + 2 \cdot h = 6000 \cdot 0,9 + 2 \cdot 360 = 6120 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b^2}{h \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 90^2}{360 \cdot 6120} \cdot 10800 = 27,79 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{k_h \cdot f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{1,05 \cdot 30,00}{27,79}} = 1,06$$

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} = 1,56 - 0,75 \cdot 1,06 = 0,765$$

$$N_{d,x} = 401,1 \text{ kN}$$

$$N_d = (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_{d,y}}{h} = (1 - 0,765) \cdot \frac{16,0}{0,36} = 10,4 \text{ kN}$$

$$\sum N_d = N_{d,x} + N_d = 401,1 + 10,4 = 411,5 \text{ kN}$$

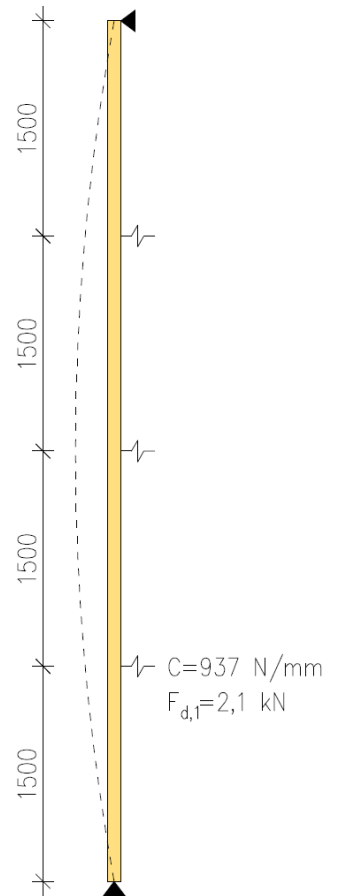
$$m = 4$$

$$a = 1500 \text{ mm}$$

$$C \geq \left( 2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{m}\right) \right) \cdot \frac{\sum N_d}{a} = \left( 2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{4}\right) \right) \cdot \frac{411500}{1500} = 937 \text{ N/mm}$$

$$F_{d,1} = \frac{\sum N_d}{50 \cdot L} \cdot a = \frac{411,5}{50 \cdot 6} \cdot 1,5 = 2,1 \text{ kN}$$

Nurjahdustukeen syntyvä voima on 2,1 kN ja sen jousijäykkyysvaatimus on 937 N/mm.



## 10.0 Y-suunnan stabiloivan tuen voima ja jousijäykkyys (2. muoto)

### Kuormitustapaus 1

$$M_{d,y} = 16,0 \text{ kNm}$$

$$L = 6000 \text{ mm}$$

Tasainen kuorma puristetulla reunalla (sivuttaistuettu vain pilarin päistä)

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = L \cdot 0,9 + 2 \cdot h = 6000 \cdot 0,9 + 2 \cdot 360 = 6120 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b^2}{h \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 90^2}{360 \cdot 6120} \cdot 10800 = 27,79 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{k_h \cdot f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{1,05 \cdot 30,00}{27,79}} = 1,06$$

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} = 1,56 - 0,75 \cdot 1,06 = 0,765$$

$$N_{d,x} = 401,1 \text{ kN}$$

$$N_d = (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_{d,y}}{h} = (1 - 0,765) \cdot \frac{16,0}{0,36} = 10,4 \text{ kN}$$

$$\sum N_d = N_{d,x} + N_d = 401,1 + 10,4 = 411,5 \text{ kN}$$

$$m = 4$$

$$a = 1500 \text{ mm}$$

$$C \geq \left( 2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{m}\right) \right) \cdot \frac{\sum N_d}{a} = \left( 2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{4}\right) \right) \cdot \frac{411500}{1500} = 937 \text{ N/mm}$$

$$I_z = 2,19 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

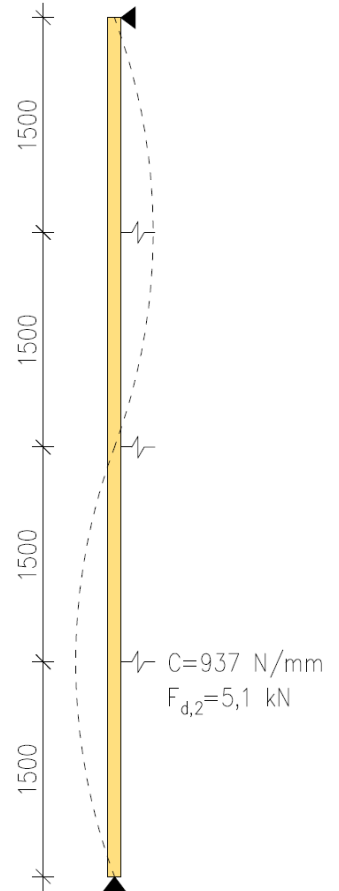
$$\ell_s = \max \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[4]{\frac{\pi}{a \cdot E_{0,05} \cdot I_z}} = \sqrt[4]{\frac{\pi}{1500 \cdot 10800 \cdot 2,19 \cdot 10^7}} = 2464 \text{ mm} \\ 2 \cdot a = 2 \cdot 1500 = 3000 \text{ mm} \end{array} \right.$$

$$\ell_s \leq \frac{L}{2} \Rightarrow 3000 \text{ mm} \leq \frac{6000}{2} = 3000 \text{ mm} \Rightarrow \text{Nurjahduksen 2. muoto (s - muoto) on mahdollinen}$$

$$F_d = \frac{\sum N_d}{80} = \frac{411,5}{80} = 5,1 \text{ kN}$$

$$k_{S,red} = \frac{a}{\ell_s - a} = \frac{1500}{3000 - 1500} = 1,0$$

$$F_{d,2} = k_{S,red} \cdot F_d = 1,0 \cdot 5,1 = 5,1 \text{ kN}$$



Nurjahdustukeen syntyvä voima on 5,1 kN ja sen jousijäykkyysvaatimus on 937 N/mm.

### HUOMIO!

Tässä esimerkkilaskelmassa pilari voi nurjahtaa sekä 1. muodon (yhteen suuntaan) että 2. muodon mukaan (s-muoto). Pilarin poikkileikkauksen koko ja y-suunnan tuentajako kannattaa valita siten, että pilarin nurjahdus voi tapahtua vain 1. muodon mukaan. Tällöin y-suunnan stabiloiviin tukiin tulee huomattavasti pienempi voima kuin 2. muodon mukaisessa tapauksessa.