

# Esimerkkilaskelma

---

## Liimapuumahapalkki

Liittyy Puuinfo Oy:n julkaisemaan mitoitushjelmaan

13.9.2018

## 1.0 Lähtötiedot

Palkkijako:  $k=8000$  mm

Palkin jänneväli:  $L=20000$  mm

Mahapalkin poikkileikkaus:  $(b=215 \text{ mm}) \times (H_1=1300 - H_2=1900 - H_1=1300) \text{ mm}$

Palkin keskiosan kaarevuussäde:  $R=20000$  mm

Yläreunan kaltevuus:  $\alpha_{ap}=3,67^\circ$

Lamellin paksuus:  $t=45$  mm

Alimman taivutetun lamellin sisäpuolinen kaarevuussäde:  $R-t=20000-45=19955$  mm

Sekundäärin jatkuvuus: 3-aukkoinen (kerroin 1,10)

Tukijako Y-suunnassa:  $a=2500$  mm

Esikorotus: ei esikorotusta

Lujuusluokka: GL30c

Käyttöluokka: 1

Kuormitus tulee palkille: puristetulta reunalta

Kattorakenteen omapaino:  $g_{k,1} = 0,9 \text{ kN/m}^2$

Ripustuskuorma (LVIS):  $g_{k,2} = 0,1 \text{ kN/m}^2$

Palkin omapaino:  $g_{k,palkki} = 1,72 \text{ kN/m}$

Lumikuorma katolla:  $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$

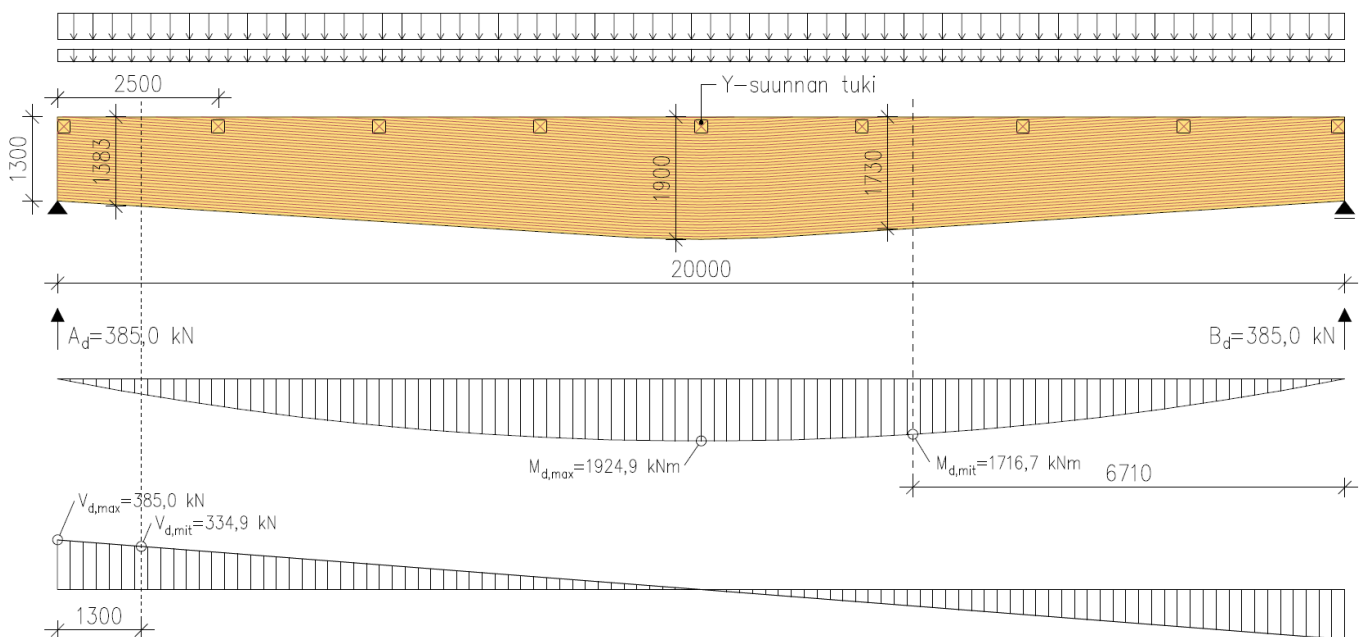
## 2.0 Rasitukset

**Kuormitustapaus 1:** omapaino 100 % + symmetrinen lumikuorma 100 %

Aikaluokka: keskipitkä

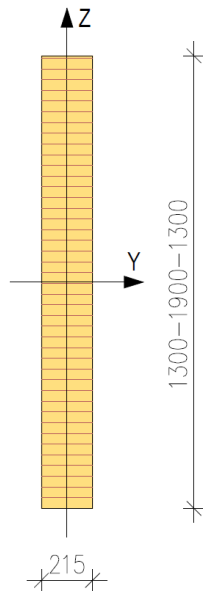
$$\sum g_k = 1,10 \cdot 8 \text{ m} \cdot (0,9 \text{ kN/m}^2 + 0,1 \text{ kN/m}^2) + 1,72 \text{ kN/m} = 10,5 \text{ kN/m}$$

$$\sum q_k = 1,10 \cdot 8 \text{ m} \cdot 2,0 \text{ kN/m}^2 = 17,6 \text{ kN/m}$$



### 3.0 Materiaaliominaisuudet

$$\begin{aligned} \gamma_M &= 1,25 \\ k_{mod} &= 0,80 \\ k_{def} &= 0,60 \\ k_h &= 1,00 \\ f_{m,y,k} &= 30,00 \text{ N/mm}^2 \\ f_{v,k} &= 3,50 \text{ N/mm}^2 \\ f_{c,90,k} &= 2,50 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,mean} &= 13000 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,05} &= 10800 \text{ N/mm}^2 \\ G_{mean} &= 650 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$



### 4.0 Taivutuskestävyys ( $M_{d,mit}$ )

#### Kuormitustapaus 1

$$M_{d,mit} = 1716,7 \text{ kNm}$$

$$W_{y,mit} = \frac{b \cdot h_{mit}^2}{6} = \frac{215 \cdot 1730^2}{6} = 107245583 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{d,mit}}{W_{y,mit}} = \frac{1716,7 \cdot 10^6}{107245583} = 16,01 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,y,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 30,00 = 19,20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 3,50 = 2,24 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,90,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 2,5 = 1,60 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha = \alpha_{ap} = 3,67^\circ$$

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,y,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \cdot \tan \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{m,y,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \tan^2 \alpha\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{19,20}{1,5 \cdot 2,24} \cdot \tan 3,67^\circ\right)^2 + \left(\frac{19,20}{1,60} \cdot \tan^2 3,67^\circ\right)^2}} = 0,94$$

$$EHTO: \sigma_{m,y,d} \leq k_{m,\alpha} \cdot f_{m,y,d} \Rightarrow 16,01 \text{ N/mm}^2 \leq 0,94 \cdot 19,20 \text{ N/mm}^2 \quad (89 \% \text{ OK kestä})$$

## 5.0 Taivutuskestävyys ( $M_{d,max}$ )

### Kuormitustapaus 1

$$M_{d,max} = 1924,9 \text{ kNm}$$

$$W_y = \frac{b \cdot H_2^2}{6} = \frac{215 \cdot 1900^2}{6} = 129358333 \text{ mm}^3$$

$$\alpha = \alpha_{ap} = 3,67^\circ$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{d,max}}{W_y} = \frac{1924,9 \cdot 10^6}{129358333} = 14,88 \text{ N/mm}^2$$

$$r_{in} = 19955 \text{ mm}$$

$$t = 45 \text{ mm}$$

$$\frac{r_{in}}{t} = \frac{19955}{45} = 443,4 \text{ mm} \geq 240 \text{ mm} \Rightarrow k_r = 1,0$$

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,y,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 30,00 = 19,20 \text{ N/mm}^2$$

$$EHTO: \sigma_{m,y,d} \leq k_r \cdot f_{m,y,d} \Rightarrow 14,88 \text{ N/mm}^2 \leq 1,0 \cdot 19,20 \text{ N/mm}^2 \quad (78 \% \text{ OK kestä})$$

## 6.0 Kiepahduskestävyys ( $M_{d,mit}$ )

### Kuormitustapaus 1

$$M_{d,mit} = 1716,7 \text{ kNm}$$

$$W_{y,mit} = \frac{b \cdot h_{mit}^2}{6} = \frac{215 \cdot 1730^2}{6} = 107245583 \text{ mm}^3$$

$$a = 2500 \text{ mm}$$

Tasainen kuorma puristetulla reunalla

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = a + 2 \cdot h_{mit} = 2500 + 2 \cdot 1730 = 5960 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b_{mit}^2}{h_{mit} \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 215^2}{1730 \cdot 5960} \cdot 10800 = 33,89 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30,00}{33,89}} = 0,94$$

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,94 = 0,855$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{d,mit}}{W_{y,mit}} = \frac{1716,7 \cdot 10^6}{107245583} = 16,01 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,y,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 30,00 = 19,20 \text{ N/mm}^2$$

$$EHTO: \sigma_{m,y,d} \leq k_{crit} \cdot f_{m,y,d} \Rightarrow 16,01 \text{ N/mm}^2 \leq 0,855 \cdot 19,20 \text{ N/mm}^2 \quad (98 \% \text{ OK kestä})$$

## 7.0 Leikkauskestävyys palkin päässä ( $V_{d,max}$ )

### Kuormitustapaus 1

$$k_{cr} = 1,0$$

$$V_{d,mit} = 334,9 \text{ kN}$$

$$A = k_{cr} \cdot b \cdot h_{mit1} = 1,0 \cdot 215 \cdot 1383 = 297345 \text{ mm}$$

$$\tau_d = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{d,max}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{334,9 \cdot 10^3}{297345} = 1,69 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 3,50 = 2,24 \text{ N/mm}^2$$

$$EHTO: \tau_d \leq f_{v,d} \Rightarrow 1,69 \text{ N/mm}^2 \leq 2,24 \text{ N/mm}^2 \quad (75 \% \text{ OK kestäää})$$

## 8.0 Taipuma palkin keskellä

Puufinon julkaisemassa mitoitusohjelmassa mahapalkin taipuma määritetään yksikkövoimamenetelmällä. Mahapalkin taipuman arvioimiseen ei ole esitetty kaavoja *Liimapuukäsikirjassa*, joten seuraavassa esitetyt taipuma-arvot ovat mitoitusohjelmasta.

### Kuormitustapaus 1

$$\sum g_k = 10,5 \text{ kN/m}$$

$$\sum q_k = 17,6 \text{ kN/m}$$

### Momentin aiheuttama taipuma

$$w_{inst,M,G} = 21,6 \text{ mm}$$

$$w_{inst,M,Q} = 36,1 \text{ mm}$$

### Leikkausvoiman aiheuttama taipuma

$$w_{inst,V,G} = 3,0 \text{ mm}$$

$$w_{inst,V,Q} = 5,0 \text{ mm}$$

### Taipuma

$$w_{fin} = (1 + k_{def}) \cdot (w_{inst,M,G} + w_{inst,V,G}) + (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \cdot (w_{inst,M,Q} + w_{inst,V,Q})$$

$$w_{fin} = (1 + 0,6) \cdot (21,6 + 3,0) + (1 + 0,2 \cdot 0,6) \cdot (36,1 + 5,0) = 85,4 \text{ mm} \leq \frac{20000}{200} = 100 \text{ mm} \quad (85 \% \text{ OK})$$

## 9.0 Y-suunnan stabiloivan tuen voima ja jousijäykkyys (1. muoto)

### Kuormitustapaus 1

$$M_{d,mit} = 1716,7 \text{ kNm}$$

$$L = 20000 \text{ mm}$$

Tasainen kuorma puristetulla reunalla (sivuttaistuettu vain palkin päistä)

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = L \cdot 0,9 + 2 \cdot h_{mit} = 20000 \cdot 0,9 + 2 \cdot 1730 = 21460 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b^2}{h_{mit} \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 215^2}{1730 \cdot 21460} \cdot 10800 = 9,41 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30,00}{9,41}} = 1,79$$

$$k_{crit} = \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} = \frac{1}{1,79^2} = 0,312$$

$$N_d = (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_{d,mit}}{h_{mit}} = (1 - 0,312) \cdot \frac{1716,7}{1,730} = 683 \text{ kN}$$

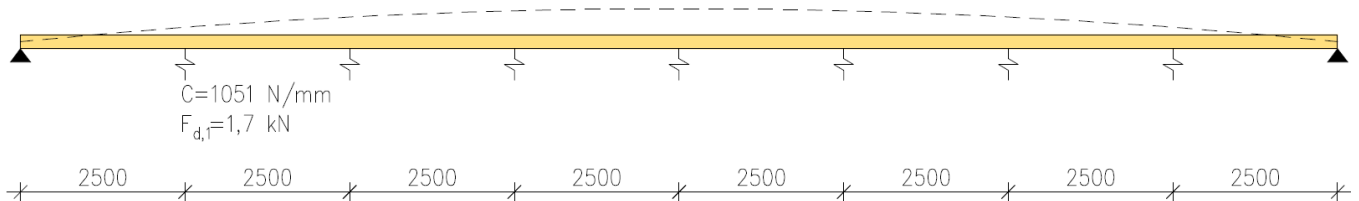
$$m = 8$$

$$a = 2500 \text{ mm}$$

$$C \geq \left( 2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{m}\right) \right) \cdot \frac{N_d}{a} = \left( 2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{8}\right) \right) \cdot \frac{683000}{2500} = 1051 \text{ N/mm}$$

$$F_{d,1} = \frac{N_d}{50 \cdot L} \cdot a = \frac{683}{50 \cdot 20} \cdot 2,5 = 1,7 \text{ kN}$$

Kiepahdustukeen syntyvä voima on 1,7 kN ja sen jousijäykkysvaatimus on 1051 N/mm.



## 10.0 Y-suunnan stabiloivan tuen voima ja jousijäykkyys (2. muoto)

### Kuormitustapaus 1

$$M_{d,mit} = 1716,7 \text{ kNm}$$

$$L = 20000 \text{ mm}$$

Tasainen kuorma puristetulla reunalla (sivuttaistuettu vain palkin päistä)

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = L \cdot 0,9 + 2 \cdot h_{mit} = 20000 \cdot 0,9 + 2 \cdot 1730 = 21460 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b^2}{h_{mit} \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 215^2}{1730 \cdot 21460} \cdot 10800 = 9,41 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30,00}{9,41}} = 1,79$$

$$k_{crit} = \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} = \frac{1}{1,79^2} = 0,312$$

$$N_d = (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_{d,mit}}{h_{mit}} = (1 - 0,312) \cdot \frac{1716,7}{1,730} = 683 \text{ kN}$$

$$m = 8$$

$$a = 2500 \text{ mm}$$

$$C \geq \left( 2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{m}\right) \right) \cdot \frac{N_d}{a} = \left( 2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{8}\right) \right) \cdot \frac{683000}{2500} = 1051 \text{ N/mm}$$

$$I_{z,mit} = \frac{h_{mit} \cdot b_{mit}^3}{12} = \frac{1730 \cdot 215^3}{12} = 1,43 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\ell_s = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{\sqrt[4]{\frac{C}{a \cdot E_{0,05} \cdot I_{z,mit}}}}} = \frac{\pi}{\sqrt[4]{\frac{1051}{2500 \cdot 10800 \cdot 1,43 \cdot 10^9}}} = 7734 \text{ mm} \\ 2 \cdot a = 2 \cdot 2500 = 5000 \text{ mm} \end{array} \right.$$

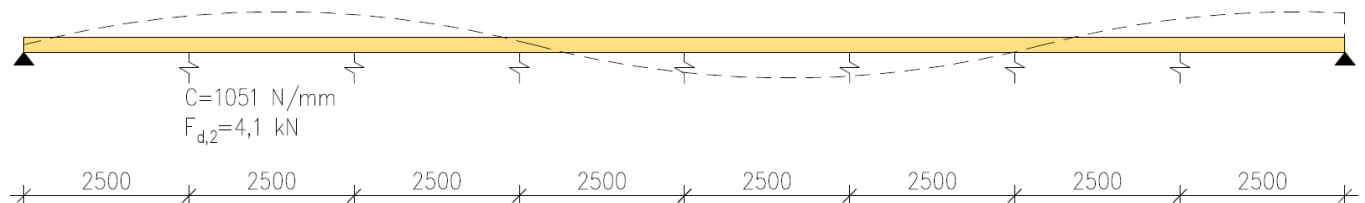
$$\ell_s \leq \frac{L}{2} \Rightarrow 7734 \text{ mm} \leq \frac{20000}{2} = 10000 \text{ mm} \Rightarrow \text{Kiepahduksen 2. muoto (s - muoto) on mahdollinen}$$

$$F_d = \frac{N_d}{80} = \frac{683}{80} = 8,5 \text{ kN}$$

$$k_{S,red} = \frac{a}{\ell_s - a} = \frac{2500}{7734 - 2500} = 0,48$$

$$F_{d,2} = k_{S,red} \cdot F_d = 0,48 \cdot 8,5 = 4,1 \text{ kN}$$

Kiepahdustukeen syntyvä voima on 4,1 kN ja sen jousijäykkyysvaatimus on 1051 N/mm.



### HUOMIO!

Tässä esimerkkilaskelmassa mahapalkki voi kiepahtaa sekä 1. muodon (yhteen suuntaan) että 2. muodon mukaan (s-muoto). Palkin poikkileikkauksen koko ja y-suunnan tuentajako kannattaa valita siten, että palkin kiepahdus voi tapahtua vain 1. muodon mukaan. Tällöin y-suunnan stabiloiviin tukiin tulee huomattavasti pienempi voima kuin 2. muodon mukaisessa tapauksessa.