

Esimerkkilaskelma

Liimapuuharjapalkki

Liittyy Puuinfo Oy:n julkaisemaan mitoitushjelmaan

13.9.2018

1.0 Lähtötiedot

Palkkijako: $k=8000$ mm

Palkin jänneväli: $L=20000$ mm

Harjapalkin poikkileikkaus: $(b=240 \text{ mm}) \times (H_1=1300 - H_2=1850 - H_1=1300)$ mm

Yläreunan kaltevuus: $\alpha_{ap}=3,15^\circ$

Sekundäärin jatkuvuus: 3-aukkoinen (kerroin 1,10)

Tukijako Y-suunnassa: $a=5000$ mm

Esikorotus: $L/400$

Lujuusluokka: GL30c

Käyttöluokka: 1

Kuormitus tulee palkille: puristetulta reunalta

Pintakäsittelyn kosteustekninen toiminta: ei estä kosteuden siirtymistä

Kattorakenteen omapaino: $g_{k,1} = 0,9 \text{ kN/m}^2$

Ripustuskuorma (LVIS): $g_{k,2} = 0,1 \text{ kN/m}^2$

Palkin omapaino: $g_{k,palkki} = 1,89 \text{ kN/m}$

Lumikuorma katolla: $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$

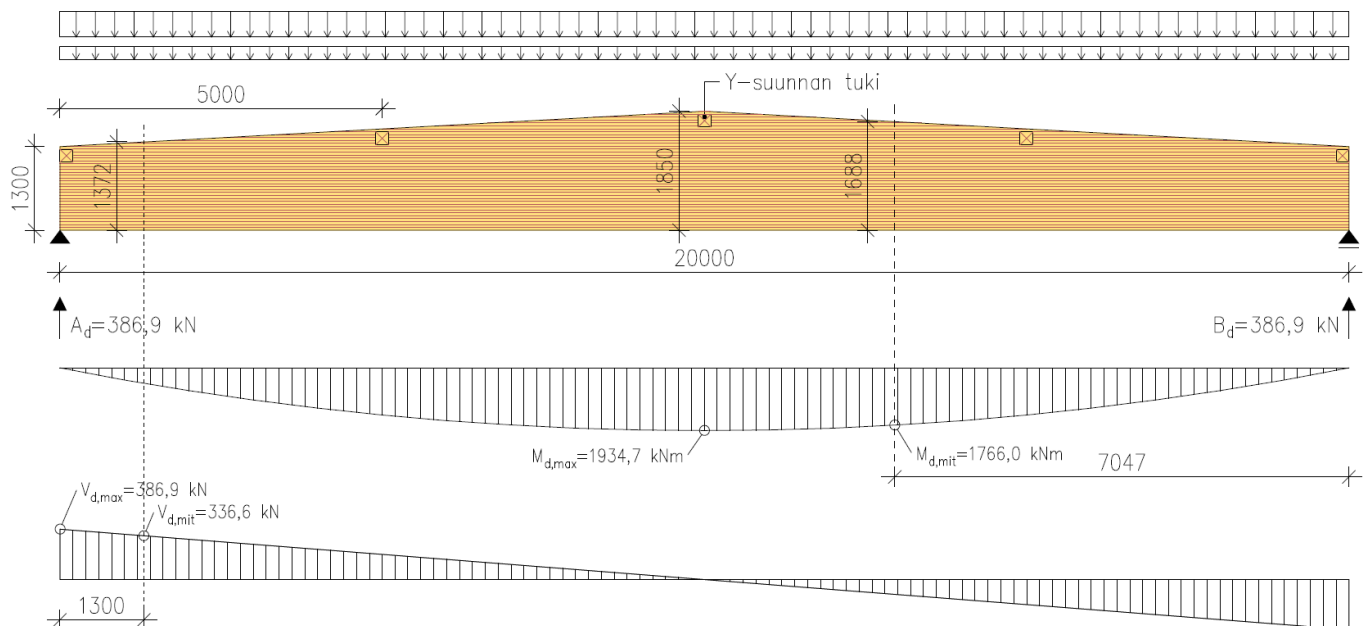
2.0 Rasitukset

Kuormitustapaus 1: omapaino 100 % + symmetrinen lumikuorma 100 %

Aikaluokka: keskipitkä

$$\Sigma g_k = 1,10 \cdot 8 \text{ m} \cdot (0,9 \text{ kN/m}^2 + 0,1 \text{ kN/m}^2) + 1,89 \text{ kN/m} = 10,7 \text{ kN/m}$$

$$\Sigma q_k = 1,10 \cdot 8 \text{ m} \cdot 2,0 \text{ kN/m}^2 = 17,6 \text{ kN/m}$$



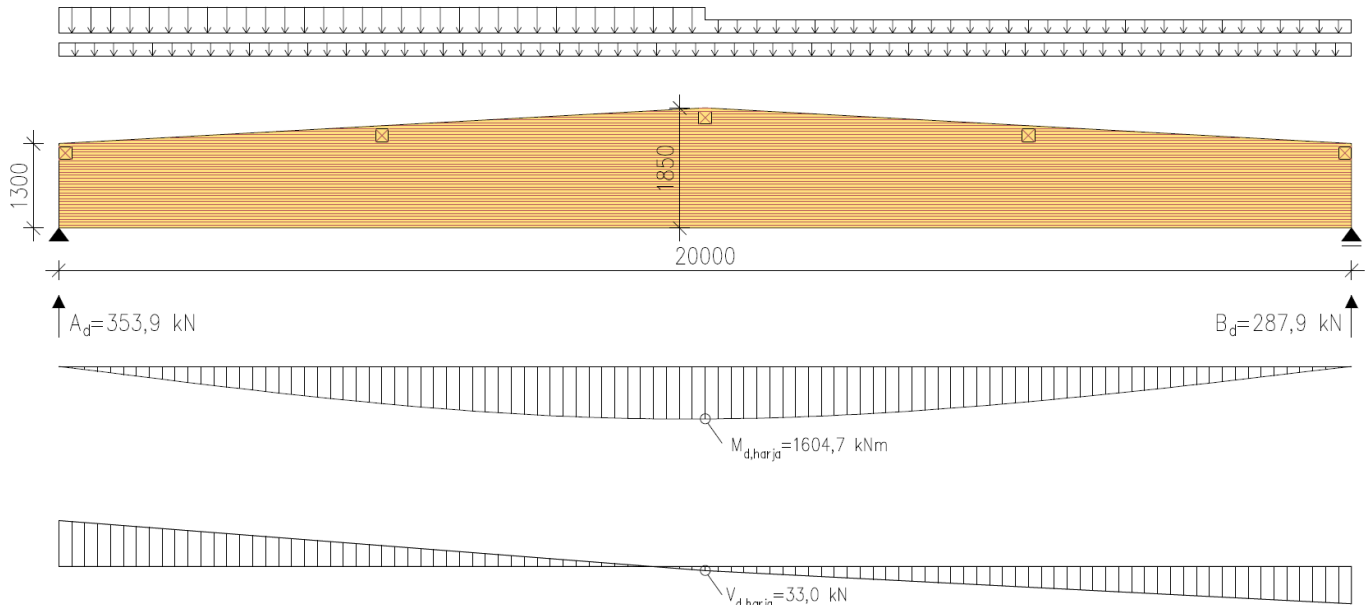
Kuormitustapaus 2: omapaino 100 % + lumikuorma vasen lape 100 % / lumikuorma oikea lape 50 %

Aikaluokka: keskipitkä

$$\sum g_k = 1,10 \cdot 8 \text{ m} \cdot (0,9 \text{ kN/m}^2 + 0,1 \text{ kN/m}^2) + 1,89 \text{ kN/m} = 10,7 \text{ kN/m}$$

$$\sum q_{k,vasen} = 1,10 \cdot 8 \text{ m} \cdot 2,0 \text{ kN/m}^2 = 17,6 \text{ kN/m}$$

$$\sum q_{k,oikea} = 1,10 \cdot 8 \text{ m} \cdot 0,5 \cdot 2,0 \text{ kN/m}^2 = 8,8 \text{ kN/m}$$



3.0 Materiaaliominaisuudet

$$\gamma_M = 1,25$$

$$k_{mod} = 0,80$$

$$k_{def} = 0,60$$

$$k_n = 1,00$$

$$f_{m,y,k} = 30,00 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 3,50 \text{ N/mm}^2$$

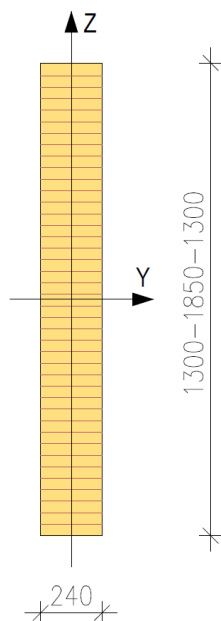
$$f_{c,90,k} = 2,50 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,k} = 0,50 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 13000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 10800 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{mean} = 650 \text{ N/mm}^2$$



4.0 Taivutuskestävyys ($M_{d,mit}$)

Kuormitustapaus 1

$$M_{d,mit} = 1766,0 \text{ kNm}$$

$$W_{y,mit} = \frac{b \cdot h_{mit}^2}{6} = \frac{240 \cdot 1688^2}{6} = 113973760 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{d,mit}}{W_{y,mit}} = \frac{1766,0 \cdot 10^6}{113973760} = 15,49 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,y,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 30,00 = 19,20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 3,50 = 2,24 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,90,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 2,5 = 1,60 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha = \alpha_{ap} = 3,15^\circ$$

$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,y,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \cdot \tan \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{m,y,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \tan^2 \alpha\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{19,20}{1,5 \cdot 2,24} \cdot \tan 3,15^\circ\right)^2 + \left(\frac{19,20}{1,60} \cdot \tan^2 3,15^\circ\right)^2}} = 0,95$$

$$EHTO: \sigma_{m,y,d} \leq k_{m,\alpha} \cdot f_{m,y,d} \Rightarrow 15,49 \text{ N/mm}^2 \leq 0,95 \cdot 19,20 \text{ N/mm}^2 \quad (85 \% \text{ OK kestä})$$

5.0 Taivutuskestävyys ($M_{d,max}$)

Kuormitustapaus 1

$$M_{d,max} = 1934,7 \text{ kNm}$$

$$W_y = \frac{b \cdot H_2^2}{6} = \frac{240 \cdot 1850^2}{6} = 136900000 \text{ mm}^3$$

$$\alpha = \alpha_{ap} = 3,15^\circ$$

$$k_L = 1 + 1,4 \cdot \tan \alpha_{ap} + 5,4 \cdot \tan^2 \alpha_{ap} = 1 + 1,4 \cdot \tan 3,15^\circ + 5,4 \cdot \tan^2 3,15^\circ = 1,09$$

$$\sigma_{m,y,d} = k_L \cdot \frac{M_{d,max}}{W_y} = 1,09 \cdot \frac{1934,7 \cdot 10^6}{136900000} = 15,40 \text{ N/mm}^2$$

$$k_r = 1,0 \text{ (harjapalkilla)}$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,y,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 30,00 = 19,20 \text{ N/mm}^2$$

$$EHTO: \sigma_{m,y,d} \leq f_{m,y,d} \Rightarrow 15,40 \text{ N/mm}^2 \leq 19,20 \text{ N/mm}^2 \quad (80 \% \text{ OK kestä})$$

6.0 Kiepahduskestävyys ($M_{d,mit}$)

Kuormitustapaus 1

$$M_{d,mit} = 1766,0 \text{ kNm}$$

$$W_{y,mit} = \frac{b \cdot h_{mit}^2}{6} = \frac{240 \cdot 1688^2}{6} = 113973760 \text{ mm}^3$$

$$a = 5000 \text{ mm}$$

Tasainen kuorma puristetulla reunalla

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = a + 2 \cdot h_{mit} = 5000 + 2 \cdot 1688 = 8376 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b_{mit}^2}{h_{mit} \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 240^2}{1688 \cdot 8376} \cdot 10800 = 30,80 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30,00}{30,80}} = 0,99$$

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,99 = 0,818$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{d,mit}}{W_{y,mit}} = \frac{1766,0 \cdot 10^6}{113973760} = 15,49 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,y,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 30,00 = 19,20 \text{ N/mm}^2$$

$$EHTO: \sigma_{m,y,d} \leq k_{crit} \cdot f_{m,y,d} \Rightarrow 15,49 \text{ N/mm}^2 \leq 0,818 \cdot 19,20 \text{ N/mm}^2 \quad (99 \% \text{ OK kestä})$$

7.0 Leikkauskestävyys palkin päässä ($V_{d,mit}$)

Kuormitustapaus 1

$$k_{cr} = 1,0$$

$$V_{d,mit} = 336,6 \text{ kN}$$

$$A = k_{cr} \cdot b \cdot h_{mit} = 1,0 \cdot 240 \cdot 1372 = 329280 \text{ mm}^2$$

$$\tau_d = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{d,max}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{336,6 \cdot 10^3}{329280} = 1,53 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 3,50 = 2,24 \text{ N/mm}^2$$

$$EHTO: \tau_d \leq f_{v,d} \Rightarrow 1,53 \text{ N/mm}^2 \leq 2,24 \text{ N/mm}^2 \quad (68 \% \text{ OK kestä})$$

8.0 Poikittainen vetokestävyys harjalla ($M_{d,harja} + V_{d,harja}$)

Kuormitustapaus 2

$$M_{ap,d} = M_{d,harja} = 1604,7 \text{ kNm}$$

$$V_{d,harja} = 33,0 \text{ kN}$$

$$h_{ap} = H_2 = 1850 \text{ mm}$$

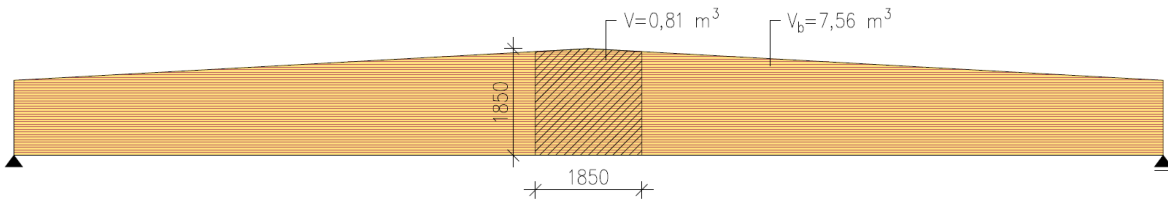
$$A = b \cdot H_2 = 240 \text{ mm} \cdot 1850 \text{ mm} = 444000 \text{ mm}^2$$

$$\alpha_{ap} = 3,15^\circ$$

$$k_p = 0,2 \cdot \tan \alpha_{ap} = 0,2 \cdot \tan 3,15^\circ = 0,011$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = 0,011 \cdot \frac{6 \cdot 1604,7 \cdot 10^6}{240 \cdot 1850^2} = 0,13 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{pintakäsittely ei estä kosteuden siirtymistä})$$

$$k_{dis} = 1,40$$



$$V_0 = 0,01 \text{ m}^3$$

$$V = 0,81 \text{ m}^3 \quad \left(\text{maksimiarvo } V = \frac{2 \cdot V_b}{3} = \frac{2 \cdot 7,56}{3} = 5,04 \text{ m}^3 \right)$$

$$k_{vol} = \left(\frac{V_0}{V} \right)^{0,2} = \left(\frac{0,01}{0,81} \right)^{0,2} = 0,42$$

$$f_{t,90,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{t,90,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 0,50 = 0,32 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d} \Rightarrow 0,13 \text{ N/mm}^2 \leq 1,40 \cdot 0,42 \cdot 0,32 \quad (69 \% \text{ OK kestä})$$

$$\tau_d = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{d,harja}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{33,0 \cdot 10^3}{444000} = 0,11 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{0,8}{1,25} \cdot 3,50 = 2,24 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d \leq f_{v,d} \Rightarrow 0,11 \text{ N/mm}^2 \leq 2,24 \text{ N/mm}^2 \quad (5 \% \text{ OK kestä})$$

$$EHTO : \text{Poikittainen veto} + \text{Leikkaus} \Rightarrow 69 \% + 5 \% = 74 \% \quad (\text{OK kestä})$$

9.0 Taipuma palkin keskellä

Puufinon julkaisemassa mitoitusohjelmassa harjapalkin taipuma määritetään yksikkövoimamenetelmällä. Harjapalkin taipuma voidaan myös arvioida *Liimapuukäsikirjassa* esitetyillä kaavoilla, jotka on esitetty seuraavassa.

Kuormitustapaus 1

$$\sum g_k = 10,7 \text{ kN/m}$$

$$\sum q_k = 17,6 \text{ kN/m}$$

$$h_e = H_1 + 0,33 \cdot L \cdot \tan \alpha_{ap} = 1300 + 0,33 \cdot 20000 \cdot \tan 3,15^\circ = 1663 \text{ mm}$$

$$I_e = \frac{b \cdot h_e^3}{12} = \frac{240 \cdot 1633^3}{12} = 9,20 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$w_c = 50 \text{ mm (esikorotus L/400)}$$

Momentin aiheuttama taipuma

$$w_{inst,M,G} = \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L^4}{E_{0,mean} \cdot I_e} = \frac{5}{384} \cdot \frac{10,7 \cdot 20000^4}{13000 \cdot 9,20 \cdot 10^{10}} = 18,6 \text{ mm}$$

$$w_{inst,M,Q} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L^4}{E_{0,mean} \cdot I_e} = \frac{5}{384} \cdot \frac{17,6 \cdot 20000^4}{13000 \cdot 9,20 \cdot 10^{10}} = 30,7 \text{ mm}$$

Leikkausvoiman aiheuttama taipuma

$$w_{inst,V,G} = 0,35 \cdot \frac{g_k \cdot L^2}{G_{mean} \cdot b \cdot (H_1 + H_2)} = 0,35 \cdot \frac{10,7 \cdot 20000^2}{650 \cdot 240 \cdot (1300 + 1850)} = 3,0 \text{ mm}$$

$$w_{inst,V,Q} = 0,35 \cdot \frac{q_k \cdot L^2}{G_{mean} \cdot b \cdot (H_1 + H_2)} = 0,35 \cdot \frac{17,6 \cdot 20000^2}{650 \cdot 240 \cdot (1300 + 1850)} = 5,0 \text{ mm}$$

Taipuma

$$w_{fin} = (1 + k_{def}) \cdot (w_{inst,M,G} + w_{inst,V,G}) + (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \cdot (w_{inst,M,Q} + w_{inst,V,Q})$$

$$w_{fin} = (1 + 0,6) \cdot (18,6 + 3,0) + (1 + 0,2 \cdot 0,6) \cdot (30,7 + 5,0) = 74,5 \text{ mm} \leq \frac{20000}{200} = 100 \text{ mm} \quad (75 \% \text{ OK})$$

$$w_{net,fin} = w_{fin} - w_c = 74,5 - 50 = 24,5 \text{ mm} \leq \frac{20000}{300} = 66,7 \text{ mm} \quad (37 \% \text{ OK})$$

10.0 Y-suunnan stabiloivan tuen voima ja jousijäykkyys (1. muoto)

Kuormitustapaus 1

$$M_{d,mit} = 1766,0 \text{ kNm}$$

$$L = 20000 \text{ mm}$$

Tasainen kuorma puristetulla reunalla (sivuttaistuettu vain palkin päistä)

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = L \cdot 0,9 + 2 \cdot h_{mit} = 20000 \cdot 0,9 + 2 \cdot 1688 = 21376 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b^2}{h_{mit} \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 240^2}{1688 \cdot 21376} \cdot 10800 = 12,07 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30,00}{12,07}} = 1,58$$

$$k_{crit} = \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} = \frac{1}{1,58^2} = 0,400$$

$$N_d = (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_{d,mit}}{h_{mit}} = (1 - 0,400) \cdot \frac{1766,0}{1,688} = 628 \text{ kN}$$

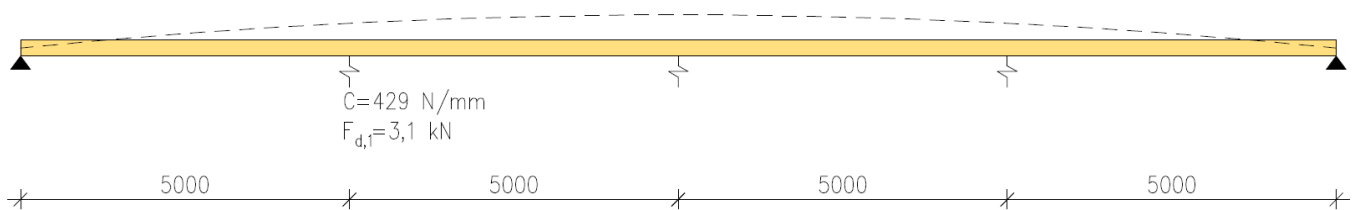
$$m = 4$$

$$a = 5000 \text{ mm}$$

$$C \geq \left(2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{m}\right) \right) \cdot \frac{N_d}{a} = \left(2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{4}\right) \right) \cdot \frac{628000}{5000} = 429 \text{ N/mm}$$

$$F_{d,1} = \frac{N_d}{50 \cdot L} \cdot a = \frac{628}{50 \cdot 20} \cdot 5 = 3,1 \text{ kN}$$

Kiepahdustukeen syntyvä voima on 3,1 kN ja sen jousijäykkysvaatimus on 429 N/mm.



11.0 Y-suunnan stabiloivan tuen voima ja jousijäykkyys (2. muoto)

Kuormitustapaus 1

$$M_{d,mit} = 1766,0 \text{ kNm}$$

$$L = 20000 \text{ mm}$$

Tasainen kuorma puristetulla reunalla (sivuttaistuettu vain palkin päistä)

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = L \cdot 0,9 + 2 \cdot h_{mit} = 20000 \cdot 0,9 + 2 \cdot 1688 = 21376 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b^2}{h_{mit} \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 240^2}{1688 \cdot 21376} \cdot 10800 = 12,07 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30,00}{12,07}} = 1,58$$

$$k_{crit} = \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} = \frac{1}{1,58^2} = 0,400$$

$$N_d = (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_{d,mit}}{h_{mit}} = (1 - 0,400) \cdot \frac{1766,0}{1,688} = 628 \text{ kN}$$

$$m = 4$$

$$a = 5000 \text{ mm}$$

$$C \geq \left(2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{m}\right) \right) \cdot \frac{N_d}{a} = \left(2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{4}\right) \right) \cdot \frac{628000}{5000} = 429 \text{ N/mm}$$

$$I_{z,mit} = \frac{h_{mit} \cdot b_{mit}^3}{12} = \frac{1688 \cdot 240^3}{12} = 1,94 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\ell_s = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{\sqrt[4]{\frac{C}{a \cdot E_{0,05} \cdot I_{z,mit}}}}} = \frac{\pi}{\sqrt[4]{\frac{429}{5000 \cdot 10800 \cdot 1,94 \cdot 10^9}}} = 12419 \text{ mm} \\ 2 \cdot a = 2 \cdot 5000 = 10000 \text{ mm} \end{array} \right.$$

$$\ell_s > \frac{L}{2} \Rightarrow 12419 \text{ mm} > \frac{20000}{2} = 10000 \text{ mm} \Rightarrow \text{Kiepahtuksen 2. muoto (s - muoto) ei ole mahdollinen}$$

HUOMIO!

Tässä esimerkkilaskelmassa harjapalkki voi kiepahtaa vain 1. muodon mukaan (yhteen suuntaan), koska palkin poikkileikkauksen dimensiot on valittu siten. Mikäli esimerkiksi palkin leveyttä pienennetään, voi palkki kiepahtaa myös 2. muodon mukaan (s-muoto). Palkin poikkileikkauksen koko ja y-suunnan tuentajako kannattaa valita siten, että palkin kiepahtus voi tapahtua vain 1. muodon mukaan. Tällöin y-suunnan stabiloiviin tukiin tulee huomattavasti pienempi voima kuin 2. muodon mukaisessa tapauksessa.